

DOI : 10.16285/j.rsm.2015.S1.117

数字图像测量技术在土工三轴试验中的应用

邵龙潭^{1,2}, 郭晓霞^{1,2}, 刘 港^{1,2}, 刘 潇³

(1. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023; 2. 大连理工大学 工程力学系, 辽宁 大连 116023;
3. 沈阳建筑大学 土木工程学院, 辽宁 沈阳 110168)

摘 要:将数字图像测量技术应用于常规土工三轴试验,解决了常规土工三轴试验传统变形测量中的一系列难题。自主研发了三轴图像测量系统,发展历程可概括为 3 个阶段:(1)基于边缘识别的三轴试样变形图像测量,通过跟踪边缘位置的变化确定土样的径向变形,识别橡皮膜上的白色标志线确定土样的轴向变形;(2)基于角点识别的三轴试样变形图像测量,用方形标志块将橡皮膜表面离散成若干单元,测量跟踪单元每一角点(节点)的位置,可得任意时刻的土样表面节点的位移,应用有限元技术,可以得到土样表面的位移(变形)场和应变场;(3)三轴土样变形全表面数字图像测量,以基于角点识别的前表面三轴试样变形测量为基础,增设一组平面镜,用一台摄像机实现了圆柱体土样 360 度全表面的变形测量,得到每一时刻的表面变形场和应变场。三轴土样变形数字图像测量系统具有传统测量方法无可比拟的优点,对于推动土力学,特别是土的本构关系研究具有重要价值。

关键词:数字图像测量技术;边缘识别;亚像素角点识别;全表面应变场;土工三轴试验

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 7598 (2015) 增 1 - 0669 - 16

Application of digital image processing technique to measuring specimen deformation in triaxial test

SHAO Long-tan^{1,2}, GUO Xiao-xia^{1,2}, LIU Gang^{1,2}, LIU Xiao³

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116085, China;
2. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116085, China;
3. School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, Liaoning 110168, China)

Abstract: Application of digital image processing technique to measuring specimen deformation in triaxial test can solve a series of problems about deformation measurement in traditional triaxial test. This paper introduces the development of triaxial image measuring system, which can be divided into three stages: (1) Digital image measurement system based on edge recognition, which determines the radial deformation of soil specimen by tracking the changes of the edge location and axial deformation of soil specimen by identifying the white mark line. (2) Digital image measurement system based on corner recognition, which measures and tracking each corner point (node) position, and obtains the displacement of soil surface node at any moment; we can obtain the displacement (deformation) field and strain field of the soil surface by using the finite element technique. (3) Whole surface digital image measurement system, based on the front surface corner recognition, together with two reflection mirrors situated inside the triaxial cell, a 360 degree coverage of specimen's deformation could be achieved using only one video camera. Digital image measurement system for measuring specimen deformation in triaxial test has the unparalleled advantages comparing with traditional measurement methods, especially in the research of the constitutive model.

Keywords: digital image processing technique; edge recognition; sub-pixel corner identification; whole surface strain field; triaxial test for soil

1 引 言

三轴试验是最重要的土工试验方法之一,作为

土的强度、应力应变性能和其他力学性能测试的重要手段,对土力学的发展,特别是土的强度和应力应变性质的研究起着重要作用。常规的土工三轴试

收稿日期: 2015-03-10

基金项目: 国家自然科学基金(No.51309047); 中央高校基本科研业务费专项资金(No.DUT13RC(3)39)

第一作者简介: 邵龙潭,男,1963年生,博士,教授,博士生导师,主要从事土和孔隙介质力学基本理论研究、土工结构稳定分析、土工试验测试技术与仪器研发等方面的研究工作。E-mail: shaolt@dut.edu.cn

验在土样的变形测量方面存在缺陷。首先,试样的轴向变形是通过量测试样加载杆的竖向位移得到的,反映土样总体的轴向变形,据此得到的轴向应变也是试样的轴向平均应变。其次,土样的径向变形是通过测量土样的体积变化经过换算得到的,试样的体积变化则通过试样在试验过程中排出的水体体积确定,得到的是试样的平均体积应变和试样整体的平均径向应变。受到刚性试样帽和透水石的影响,试验过程中土样的径向变形并不均匀,平均的径向变形并不能够反映土样的实际径向应变状态。另一方面,因为径向应变要通过测量土样孔隙体积的变化得到,所以试验过程中要求土样必须完全饱和,这不仅费时和难以做到,而且使得常规的土工三轴仪难以直接用于非饱和土变形特性的测试。因此,随着土体本构关系研究的不断深入,特别是近年来非饱和土的力学特性研究的不断深入,改进现有的三轴土样变形测量方法已经显得越来越必要。

计算机辅助测量技术是近二、三十年随计算机发展而发展起来的。在土工试验领域已有较广泛的应用。目前计算机辅助测量在土工室内试验这一领域主要用于研究局部化变形形态和剪切带发生发展机制,应用较多的方法有以CT(computed tomography)为代表的内部扫描方法和以FRS(false relief stereophotogrammetric)为代表的图像处理方法。CT类方法侧重于试样内在微观尺度的研究(试样内部颗粒排列移动等),FRS类方法则侧重试样外在表现的研究(剪切带倾角、带宽、发生发展过程等)。

CT方法虽有其优越性(能得到相当量的试样内部信息),但由于CT机造价高昂、操作繁琐,很难普及应用^[1-2]。

相比较而言,图像处理技术投入成本要低得多。FRS是一种发展较成熟的图像处理方法,用固定物距的相机对试样进行连续拍摄,再由所得的二维图像重构出试样的立体变形,这一方法由Desrues(法国)等^[3]发展并应用于平面应变试验,取得了一系列成果^[4-5]。Harris等^[6]、Finno等^[6-8]、Alshibli等^[9]也将图像处理技术应用于平面应变试验。

图像处理方法在三轴试验中应用相对较少,原因在于三轴压力室的圆筒形状会导致较大的图像畸变。20世纪90年代末NASA资助的太空项目中,Alshibli等^[10]将3个CCD摄像机应用于干砂三轴剪切试验中的变形观测,并结合CT机重构了试样的三维形态。瑞士Philippe等^[11]将2个CCD摄像机分别放置在试样的正面和侧面(夹角90°),通过提取

试样轮廓信息来计算体变。前一种方法虽能得到较丰富的信息,但是由于是图像处理技术结合CT机,其高昂的成本令一般研究者望而却步;而后一种方法,用2个特定投影方向的轮廓识别来计算体变,在试样变形均匀或呈鼓状变形时尚可,但当试样变形不均匀或出现较大局部变形时,这种体变计算方法尚值得商榷。

笔者经过多年的努力在2001年发展了土工三轴试验土样变形数字图像测量技术,创造性地将数字图像测量技术应用于实验室常规土工三轴试验中,解决了常规土工三轴试验传统变形测量中的一系列难题,克服了传统变形测量技术存在的缺陷和不足,为土工三轴试验提供了一种新的、更为准确和有效的应变测量手段。应用数字图像测量技术可以实现变形过程的非接触直接测量,不扰动土样的变形,除了具有较高的测量精度外,还具有以下优点:(1)可以同步测量多断面的径向变形和多段土体的轴向变形,可以直接测量土样的任一局部变形。(2)既适用于小变形测量也适用于大变形测量。(3)体积变形测量不受土样饱和程度的限制,可以直接用于非饱和土样的变形测量。(4)实时保存变形图像,可以在试验结束后重新观察和分析整个试验过程。(5)除了需要对压力室作适当改进外,可以直接应用于任何常规三轴试验仪。数字图像测量技术使土样变形的测量结果更加准确可信,对土的应力应变和强度性质研究具有重要意义。

本文将介绍了自主研发的第一代基于边缘识别的三轴试样变形图像测量系统,第二代基于角点识别的三轴试样变形图像测量系统及三轴土样变形全表面数字图像测量系统的组成,精度检定及其应用实例。

2 三轴土样变形测量的基本假定

数字图像测量得到的是土样的表面变形,而这一表面变形是通过测量包裹土样的橡皮膜的变形得到的,在这个过程中隐含着2个基本的假定:(1)平面变形假定^[12-15],也就是说在变形过程中层面之间不存在物质质量交换,或者说变形前相邻的两个质点在变形后仍然保持为相邻质点。数字图像测量系统抓取的分层土样表层局部放大图像及CT试验监测的土样内部CT数的变化规律表明,在代表性微元的尺度上,土体的变形可以认为满足平面变形假设,在土体层面上没有明显地超出代表性微元尺度的质量交换。但必须指出,这一结论在三轴试样内部出现剪切带后不再成立。(2)橡皮膜和土颗粒

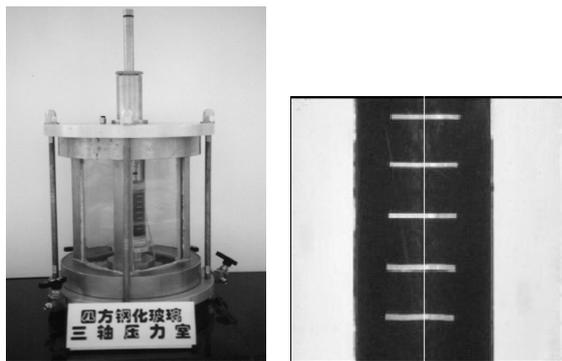
之间无相对滑移，在三轴试验中橡皮膜与土样表面之间的摩擦力很大，故土样变形过程中橡皮膜和图样之间没有相对滑移或者相对滑移可以忽略。

3 第一代三轴土样变形数字图像测量系统及其应用

3.1 第一代三轴土样变形数字图像测量系统

第一代三轴土样变形数字图像测量系统以土样径向变形的直接测量和轴向变形的分段直接测量为目标，以土样边缘识别和橡皮膜上标记线的识别为基础。

为了测量三轴土样的轴向和径向变形，得到比较高的测量精度，要求土样成像清晰、边缘明显。为此，对常规三轴剪切试验的配套设备进行改进，主要包括使用黑色橡皮膜、在橡皮膜上分段加印白色标志线，见图 1；用透明钢化玻璃改制三轴压力室；增加辅助照明，在压力室的后方和前方分别加设平面灯箱和射灯^[13]。



(a) 第一代三轴图像压力室 (b) 加印白色标记线的橡皮膜

图 1 第一代三轴图像压力室及橡皮膜

Fig.1 Pressure chamber and rubber membrane for the first generation

三轴土样变形数字图像测量系统由软件和硬件两部分构成。软件用 VB6.0 和 ActiveMil 开发，采用模块化结构，包括标定模块，测量模块，绘图模块和数据输出模块。硬件系统包括 CCD 数字图像传感器和镜头；外同步信号线；计算机图像采集卡；辅助照明装置；三轴试验主机和计算机等，见图 2。

通过跟踪边缘位置的变化确定土样的径向变形，识别橡皮膜上的白色标志线确定土样的轴向变形。土样的径向边缘属于阶跃型图像边缘，有比较成熟的算法可以引用确定边缘位置。白色标志线是很窄的一条线，在图像上仅占 10 几个像素，是一种屋顶状边缘，设计的算法可以比较准确地确定边缘的中心位置，达到 0.2 ~ 0.5 的亚像素精度。

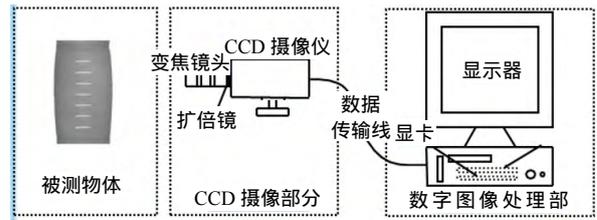


图 2 基于边缘识别的三轴试样变形图像测量系统组成
Fig.2 Digital image measurement system based on edge recognition

由于系统采用的镜头是变焦镜头，并加装了扩倍镜，所以畸变误差较大。在测量之前需要进行标定，预先测出系统的基本参数。径向标定主要利用事先精密测量直径的不锈钢变截面圆柱体。柱体分为 13 级，每一级的高度和宽度经过测量为已知（测量精度达到微米量级）。轴向像面弯曲和畸变误差校正采用高精度位移标定器 GWB-200B 进行。仪器的精密微分测头采用刚性支承双面弹性啮合的超精密螺旋结构，具有高线性精度、高位移精度、示值稳定、回程误差小等特点。精密微分测头量程为 0 ~ 25 mm，套筒游标刻度值为 0.2 μm 每格。

3.2 第一代三轴土样变形数字图像测量系统应用

3.2.1 端部约束与端部接触问题研究

三轴试验土样的端部影响问题包括端部约束、端部接触和端部“藏水区”问题^[13]。为了研究端部约束的影响，可以从试样端部开始研究不同高度位置处试样的应力和应变。对金刚砂、标准砂及粉煤灰在不同围压和密度下研究三轴试样端部约束的影响，局部变形测量各段的轴向和径向应变结果见表 1（ ϵ_a 为轴向应变； ϵ_r 为径向应变）。试验结果表明，对于 3 种土样不同土段均存在明显的局部变形特性，靠近端部的试样土体径向应变最小，同时轴向应变也是最小的。沿着试样的高度方向，径向应变为中间大、两端小，规律性非常明显。相比之下，轴向应变除了靠近端部位置处应变明显偏小外，试样中间部位的轴向应变规律性没有径向应变那么明显，这是因为试样不同位置的轴向应变还会受到试样装样均匀性的影响。

第一代三轴土样变形数字图像测量系统以土样径向变形的直接测量和轴向变形的分段直接测量为目标，以土样边缘识别和橡皮膜上标记线的识别为基础。

对于 $\phi 39.1$ mm 的试样，为了排除三轴试样端部约束与端部接触的影响，以试样高度中心分别向上、下各取 20 mm 高度，即试样中心 40 mm 高度是一个比较合适的测量范围，它不仅能排除端部的影响，又可以在一定程度上消除试样局部密度变化

表1 局部变形测量各段土体的轴向和径向应变
Table 1 Axial strain and radial strain at different sections of soil specimens

土类	控制密度 (g/cm ³)	围压 /kPa	常规整体 测量应变/%		各段土体数字图像测量应变/%									
					1		2		3		4		4段平均	
			ϵ_a	ϵ_r	ϵ_a	ϵ_r	ϵ_a	ϵ_r	ϵ_a	ϵ_r	ϵ_a	ϵ_r	ϵ_a	ϵ_r
金刚砂	1.99	50	15.08	10.73	13.01	3.29	16.07	10.86	13.77	20.08	16.71	21.71	14.89	13.99
金刚砂	1.99	200	15.00	9.93	12.43	3.59	11.49	10.99	16.58	15.98	15.28	17.54	13.95	12.02
金刚砂	2.01	300	15.13	9.25	10.18	3.81	14.47	9.63	16.92	15.94	16.18	17.58	14.44	11.74
金刚砂	1.99	100	15.09	10.97	12.64	4.52	17.66	10.20	14.97	16.42	14.57	18.58	14.96	12.43
金刚砂	1.97	100	14.99	10.74	18.89	5.21	14.37	10.01	13.29	15.08	13.20	19.11	14.94	12.35
粉煤灰	0.89	100	12.31	5.08	10.66	2.96	13.94	6.40	14.02	9.33	15.74	9.13	13.59	6.95
标准砂	1.66	110	14.98	10.13	9.26	2.84	14.88	9.25	17.17	16.28	16.95	21.27	14.56	12.41
标准砂	1.67	200	15.02	9.89	12.86	6.09	16.65	12.38	14.25	18.21	17.53	19.63	15.32	14.08
标准砂	1.66	60	14.94	10.28	11.98	4.65	18.45	11.57	17.11	17.02	14.58	20.31	15.53	13.39
标准砂	1.73	100	15.14	11.38	5.52	2.63	9.99	7.37	16.01	16.59	17.44	22.85	12.24	12.36

和不一致引起的测量误差。

3.2.2 剪切带问题研究

采用三轴试样变形图像测量系统测量三轴试样的变形, 等价于在试样的轴向和径向安置了若干个非接触式局部位移传感器, 利用数字图像测量技术的这一特性, 只要三轴试样在剪切过程中出现剪切带, 都可以通过分析它们的轴向或径向变形来捕获剪切带的形成时间和发展规律。

在粉煤灰三轴试验过程中, 用数字图像测量系统记录下了试样的剪切破坏形态如图3所示。从图中可以看出, 粉煤灰三轴试样剪切的破坏形态各异, 有单一剪切破坏, 也有多重交叉剪切破坏, 并且单一剪切带与多重剪切带的出现没有明显规律。仔细观察剪切带在三轴试样中的出现位置和延伸方向, 可以发现粉煤灰三轴试样剪切带的滑裂面出口通常可以延伸到试样端部透水石位置。



(a) X型侧面 (b) 上部单一 (c) 中部单一 (d) X型正面 (e) 贯穿单一

图3 粉煤灰三轴试样剪切带破坏形态

Fig.3 Shear band failure of fly ash specimen

剪切带一旦出现, 试样不同段轴向应变随时间的变化过程就会表现出差异来, 从而判断剪切带出现的位置和形成时间及发育过程。如果试样在剪切过程中出现了多重交叉剪切面, 需要逐一确定它们的初始形成时刻以及剪切带完全形成时间。三轴试样变形图像测量系统在三轴试样变形测量的过程中, 自动存储了所有轴向应变和径向应变的信息,

在处理不同问题时, 可以分别或同时调用相关的信息进行分析研究。所有试样剪切带的形成和发展过程都可以用这样的方法判别。采用数字图像测量技术, 可以成功捕获三轴试样剪切带的形成和发展, 对于三轴试样剪切带的研究具有重要意义^[13]。

3.2.3 膜嵌入问题研究

在土工三轴试验中, 如果试样为粗颗粒的砂性材料, 由于围压作用以及橡皮膜的可延展性, 试样固结时和在剪切过程中, 橡皮膜会嵌入到试样表层的空隙里, 且有效压力越大, 颗粒越粗, 橡皮膜的嵌入量越大^[12]。由于膜嵌入的影响, 饱和砂土试样在不排水剪切时的体积是变化的; 在固结排水剪切试验中, 排水管中的体积包含了膜嵌入的体积, 这些由膜嵌入带来的体积误差会显著的影响砂性材料的试验特性。

采用数字图像测量技术用福建标准砂和ISO标准砂进行了三轴排水剪切试验。在不同围压下的等向固结试验中, 获得了不同围压下固结后的试样沿轴向的直径分布以及排水管的体积变化, 进而得到试验材料在不同围压下的膜嵌入体积, 如图4所示。从图中可以看出, 粗颗粒的膜嵌入量要比细颗粒的大, 而且膜嵌入量随围压的增大而增大, 在初始阶段的膜嵌入量的增量较大, 膜嵌入主要发生在小围压时刻, 原因与橡皮膜的伸展特性有关, 随着围压的进一步增大, 膜嵌入增量变缓, 如果围压继续施加到足够大的时候, 橡皮膜与试样已经基本贴合, 膜嵌入变化很小。有了膜嵌入与围压的关系, 在进行固结排水剪切试验时, 可以从中查到剪切开始时刻的膜嵌入量, 以消除试样固结体变误差。

3.2.4 局部变形测量数据的应用

本文的局部变形测量是指试样轴向应变和径向应变均采用三轴试样变形图像测量系统的测量结

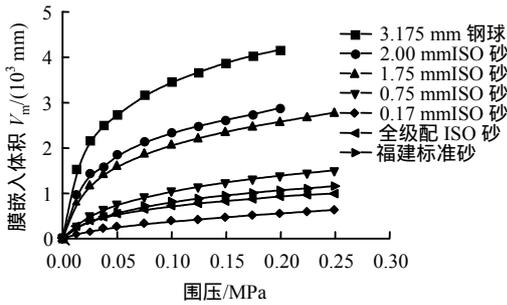


图 4 不同围压下的膜嵌入体积
Fig.4 Membrane penetration under different cell pressures

果。计算大主应力时，试样的面积由局部变形测量得到的试样平均直径来计算，是所分析部分试样的平均真实面积，避免了传统间接计算的误差。通过图像测量，只测量试样中间部位的局部变形，可消除端部约束的影响。图 5 为福建标准砂试样 ($\rho_d = 1.661 \text{ g/cm}^3, D_r = 0.67$) 2%应变范围内的偏差应力-轴向应变的关系曲线。从图中可以看出，测量部位不同和测量精度对初始弹性模量的影响。图 6 为试样 2%应变范围内变换纵坐标之后的偏差应力-轴向应变关系曲线以及通过相应于峰值强度 70%和 95%的两点的直线，从图中可以看出，局部变形测量所得到的数据在小应变范围内有明显的弯曲，由相应于峰值强度 70%和 95%的两点的直线得出的初始切线模量就有接近一倍的差别，若要考虑小应变范围内的应力-应变关系，则相应的初始切线模量差别更大。表 2 为不同测量方法得到的 Duncan-Chang 模型参数，对传统整体测量方法和局部变形图像测量的结果进行了比较。由表可见，除了强度参数 c 、 ϕ

的差异不大，其余各参数的差异都比较明显，尤其初始弹性模量与初始体积模量的模型参数 K 、 n 、 K_b 、 m 的差别很大，特别是 K 、 K_b 的值，图像测量结果最大可以达到传统测量结果的 2.64 倍，且随密度的增大，参数 K 的测量差异有增大的趋势^[12]。

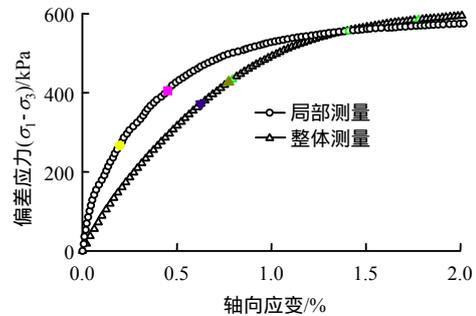


图 5 标准砂试样偏差应力与轴向应变关系
Fig.5 Stress-strain curves of standard sand specimen

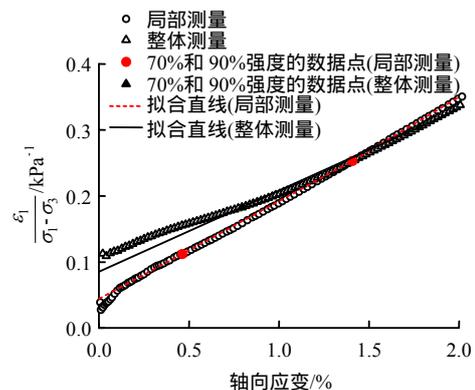


图 6 标准砂试样偏差应力与轴向应变关系 (变换纵坐标)
Fig.6 Transformed stress-strain curves of standard sand specimen

表 2 不同测量方法得到的标准砂的 Duncan-Chang 参数

Table 2 Parameters of Duncan-Chang model for standard sand by use of different measurement methods

$\rho_d / (\text{g/cm}^3)$		c/kPa	$\phi / (^\circ)$	R_f	D	K	n	K_b	m	G	F
1.564	传统	0	34.0	0.91	9.2	897.43	0.51	503.73	0.51	0.39	0.09
	图测	0	33.0	0.98	12.19	1 992.05	0.57	954.11	0.61	0.53	0.21
1.611	传统	0	35.0	0.89	16.47	802.05	0.70	567.28	0.45	0.37	0.16
	图测	0	34.0	0.97	16.69	1 880.62	0.77	1 020.00	0.77	0.50	0.27
1.661	传统	0	37.0	0.80	24.22	781.99	0.75	537.65	0.43	0.33	0.08
	图测	0	36.5	0.92	33.93	2 066.81	0.72	760.68	0.76	0.53	0.22

3.2.5 泊松比问题研究

土体泊松比是反映土体侧向变形的重要参数，由于土体与其他固体的结构和材料特性存在很大的差异，土体的泊松比已不再具有原始定义物性参数的意义，而是一种随应力状态及加荷方式变化的变形状态参量。

图 7~9 分别为干密度为 1.5 g/cm^3 的粉土材料

在不同固结围压条件下两种测量方法的泊松比结果，可见轴向应变-径向应变关系曲线变化规律在各围压条件下基本相同，切线泊松比在加载初期（小应变变形阶段）都是从 0.2~0.3 开始变化，达到 0.5 时的径向变形很小，局部变形图像测量的切线泊松比的变化要比整体变形传统测量的泊松比变化快，其平均值也比整体变形传统测量结果大。随主应力

比的增加，切线泊松比也随之增加，当土体的主应力比达到一定范围后，切线泊松比的值大于 0.5，建立泊松比与主应力比之间的关系更符合泊松比取值规律^[12]。

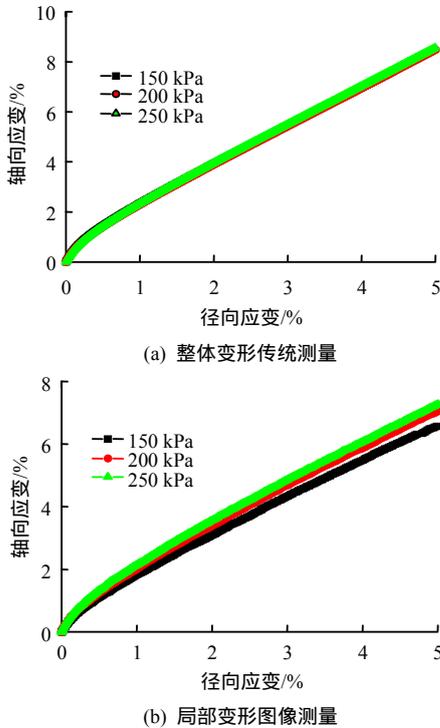


图7 粉土轴向应变与径向应变关系曲线
Fig.7 Curves of axial strain vs. radial strain of silty soil

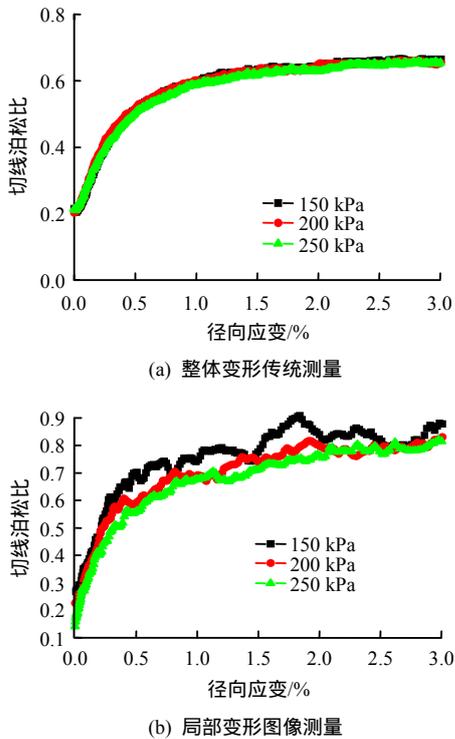


图8 粉土切线泊松比与径向应变关系曲线
Fig.8 Curves of Poisson's ratio vs. radial strain of silty soil

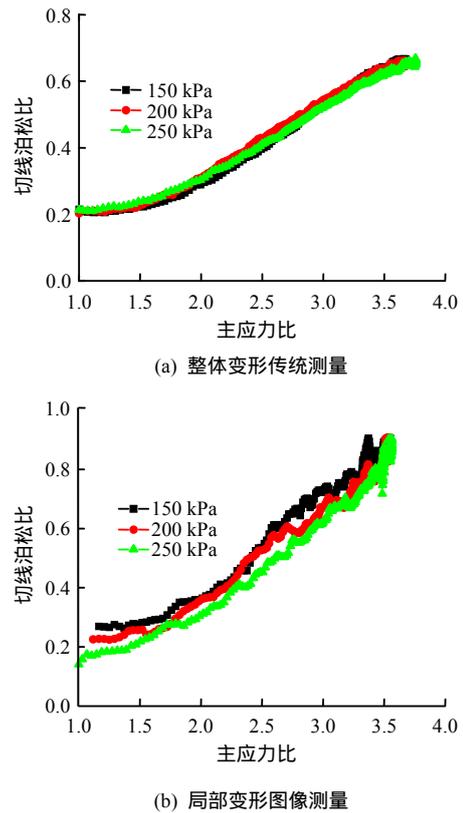


图9 粉土切线泊松比与主应力比关系曲线
Fig.9 Curves of Poisson's ratio vs. principal stress ratio of silty soil

4 第二代三轴土样变形数字图像测量系统及其应用

4.1 第二代三轴土样变形数字图像测量系统

基于直线边缘定位（单向）检测，难以提高图像识别的分辨率。为了进一步提高变形测量精度，同时实现土样局部变形的测量，在第一代测量系统的基础上进行改进，发展了基于角点识别算法的第二代三轴土样变形测量系统。其特点是，用方形标志块将橡皮膜表面离散成若干单元，测量跟踪单元每一角点（节点）的位置，可以得到任意时刻的土样表面节点的位移，应用有限元技术，可以得到土样表面的位移（变形）场和应变场。

4.1.1 角点识别算法

改进的试样标记方式如图 10 所示。采用这种标记方式，实际上是跟踪每个白色方形的 4 个节点位置，通过计算角点位置的变化得到试样的环向和轴向位移（变形）。确定节点的位置是点的识别，这在很大程度上克服了在边缘识别中遇到的精度限制。

这里采用了亚像素节点检测的方法。通过迭代运算法则，在灰度图像中确定节点亚像素精度的位

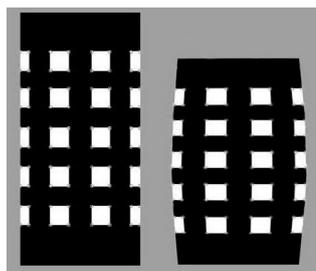


图 10 改进标记方式的土样
Fig.10 Improved marked method

置,如图 11 所示,基本原理是假设节点的精确位置在 q 点,那么任意一个从 q 点指向其邻域中的另一点的向量,都与 p_i 处的图像灰度梯度垂直。由于噪声的存在,两个正交矢量的点积不等于 0,而存在误差 ε_i :

$$\varepsilon_i = \nabla(I)^T(q - p_i) \quad (1)$$

式中: $\nabla(I)^T$ 为 p_i 处的图像灰度梯度; q 点的值应该是使 ε_i 最小点的坐标。那么,将含有节点检测区域内所有 p_i 点(假设 n 个点)的方程联立,将问题转化为求 x 使得 $Ax - b$ 最小化。这里 A 为由 $\nabla(I)^T$ 组成的 $2n$ 矩阵, b 为 $\nabla(I)^T$ 构成的 n 的列向量。当 $x = (A^T A)^{-1} A^T b$ 时,可使 $\|Ax - b\|$ 范数最小。运算法则将新的 q 点作为区域的中心,继续使用这个方法进行迭代运算,获得很高的亚像素精度。迭代运算直至确定这个中心 q 保持在一个给定的阈值范围内时,则该节点被定位^[14-15]。

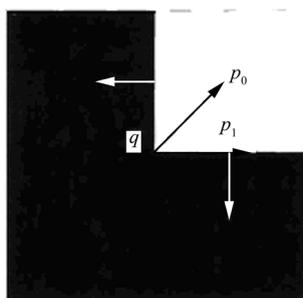


图 11 亚像素角点检测原理
Fig.11 Diagrammatic presentation for sub-pixel accurate location of a corner

4.1.2 测量系统组成

第二代三轴试验土样变形数字图像测量系统由进一步改进的压力室和底座、数字图像传感器(CMOS)和镜头、摄像机支架、测控软件等部分组成,如图 12 所示。该测量系统适用于 $\phi 38 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}$ 、 $\phi 39.1 \times 80 \text{ mm}$ 、 $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 、 $\phi 61.8 \text{ mm} \times 125 \text{ mm}(\phi \times H)$ 四种规格的三轴土样。CMOS 数字图像传感器的分辨率为 1280×1024 ,测量视场范

围($H \times V$) $165 \text{ mm} \times 124 \text{ mm}$,土样变形的测量精度可以达到微米量级,采样的时间间隔可以小于 0.5 s 。

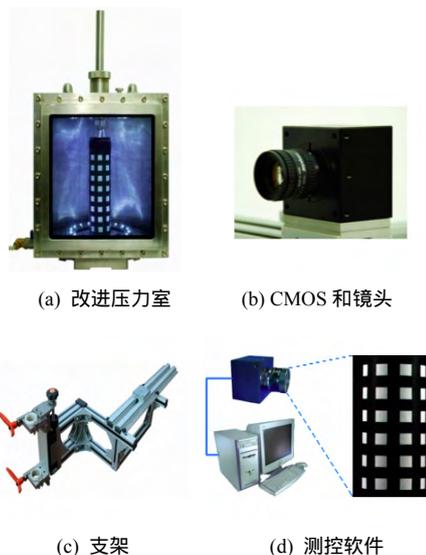


图 12 第二代三轴试验土样变形数字图像测量系统组成
Fig.12 Digital image measurement system based on corner recognition

4.1.3 测量误差修正及精度检定

通过测量高精度标定板,检定测量系统及测量方法的测量不确定度。高精度标定板见图 13。板为玻璃材质,由中国科学院微电子研究所制作,制作工艺精度为 $\pm 0.25 \mu\text{m}$ ^[15-17]。

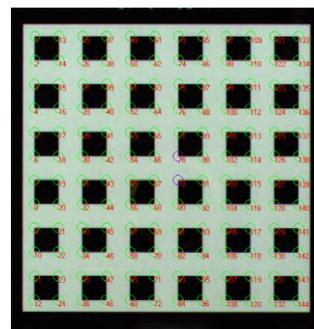


图 13 高精度标定板图像
Fig.13 Image of distortion target with high precision

设定测量视场范围($H \times V$)为 $165 \text{ mm} \times 124 \text{ mm}$,温度为 20°C ,试验光照及室内温度环境保持稳定,标定板水平放置。首先,对标定板进行静止状态下的多次重复测量,如图 14 所示,表明标定板上各节点测量结果的标准差在 0.02 个像素左右,具有较高的测量稳定性。

采用平均值方法计算出当前条件下的像素当量值 δ ,即一个像素所代表的实际长度(毫米/像素)。表 3、4 分别为 X 、 Y 方向的测量结果,每行数据分

别是标定板两角点距离为 55.000、45.000、35.000、25.000、15.000、5.000 mm 的测量数据和分析数据。由数据可以看出，多次测量结果与实际值的误差很小，X 方向最大绝对误差为 0.006 5 mm，相对误差 0.09%；Y 方向最大绝对误差为 0.008 1 mm，相对误差 0.08%^[18]。

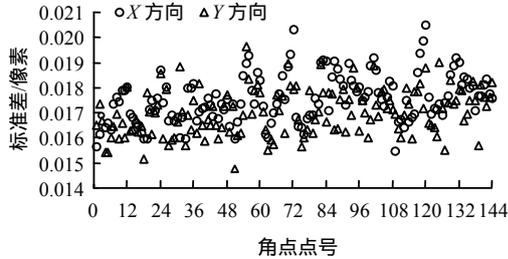


图 14 标定板各节点重复测量的标准差
Fig.14 Standard deviation of each node of calibration target

表 3 X 方向测量结果

Table 3 Measurement results in the X-direction

标定板两角点距离/mm	测量平均值/像素	标准差/像素	标准误差(不确定度)	测量值/mm	绝对误差/mm	相对误差/%
55.000	431.529 0	0.022 3	0.000 7	54.998 4	0.001 6	0.00
45.000	353.074 4	0.022 4	0.000 7	44.999 3	0.000 7	0.00
35.000	274.656 2	0.023 7	0.000 7	35.004 9	-0.004 9	-0.01
25.000	196.156 3	0.021 5	0.000 7	25.000 1	-0.000 1	0.00
15.000	117.744 3	0.024 2	0.000 8	15.006 5	-0.006 5	-0.04
5.000	39.196 7	0.023 3	0.000 7	4.995 6	0.004 4	0.09

表 4 Y 方向测量结果

Table 4 Measurement results in the Y-direction

标定板两角点距离/mm	测量平均值/像素	标准差/像素	标准误差(不确定度)	测量值/mm	绝对误差/mm	相对误差/%
55.000	431.342 8	0.021 5	0.000 7	54.991 9	0.008 1	0.01
45.000	353.001 6	0.023 9	0.000 8	45.004 2	-0.004 2	-0.01
35.000	274.561 6	0.024 4	0.000 8	35.003 9	-0.003 9	-0.01
25.000	196.133 5	0.022 5	0.000 7	25.005 1	-0.005 1	-0.02
15.000	117.709 3	0.024 1	0.000 8	15.006 8	-0.006 8	-0.05
5.000	39.251 9	0.023 4	0.000 7	5.004 2	-0.004 2	-0.08

为了进一步分析图像测量的精度，进行了铝棒的 10~50 kN 循环加载应变测试试验，比较图像测量与应变片（其精度为 10⁻⁶ 微应变）测量的结果。考虑到试验条件，选用直径为 39.1 mm 的圆柱，表面印有黑色方格以保证有较高精度的角点，在黑色方格构成的空白处贴有应变片，其中横向贴着的应变片用于测量径向变形，竖向贴着的应变片用于测量轴向变形，如图 15 所示。对图像测量结果进行处理得到变形的相对值，并且分别计算了径向应变和

轴向应变并与应变片测量值进行比较，如图 16 所示，从图中看出两者吻合得很好。

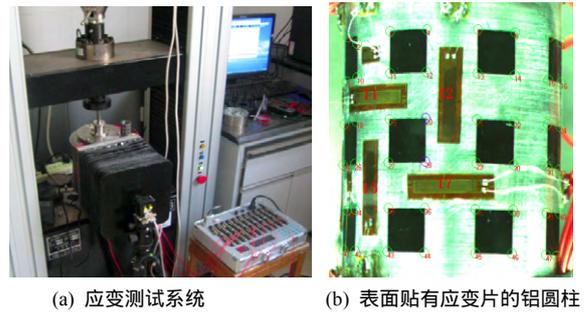
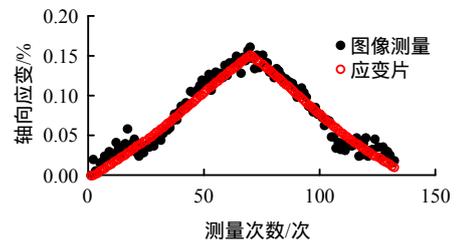
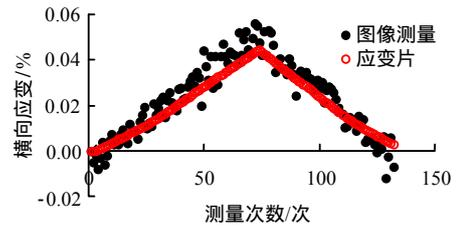


图 15 铝圆柱的循环应变测试系统
Fig.15 Cyclic strain test system of aluminum cylinder



(a) 轴向应变随时间变化曲线



(b) 横向应变随时间变化曲线

图 16 铝圆柱的应变测试结果
Fig.16 Strain test results of aluminum cylinder

4.2 第二代三轴土样变形数字图像测量系统应用

4.2.1 非均质土研究

试验材料选用细砂和东营粉土。层状夹砂粉土的土层分布情况见图 17。文中给出加载至 6 400 s 时的 200 kPa 围压时各个不同夹砂层厚的粉土应变场图，如图 18 所示。

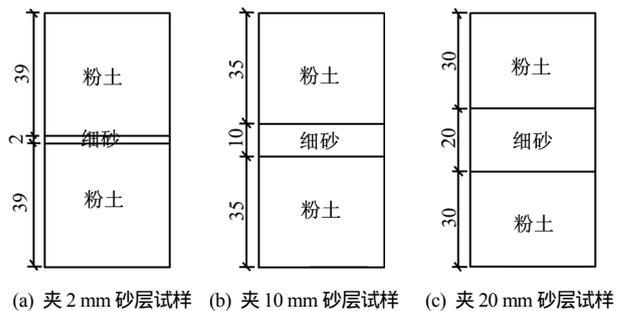


图 17 层状夹砂粉土分层构造情况 (单位: mm)
Fig.17 Layered structure of silty soil including fine sand(unit: mm)

图 18 表明，全层粉土在中间区域发生大的变形，这段区域整体变形比较均匀。只是在靠近端部约束的上端或是下端存在条带状小区域的局部大变形。随着轴向应变不断增加，后期接近端部的变形区域还要向外扩张，但是受到端部约束影响不能继续扩张，就在端部约束边界处形成局部大变形区。因为试样在加载过程中很难保持上下端一样的均匀变形，所以这类局部大应变区只发生在其中一端^[19]。

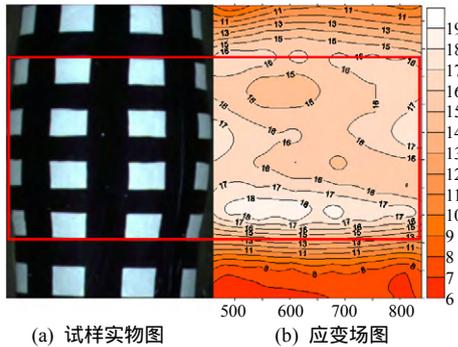


图 18 全层粉土应变场
Fig.18 Axial strain field of silty soil

砂层厚 2 mm 层状粉土的应变场分布情况同全层粉土一样，也是在其中一端发生局部大应变区，见图 19(a)。2 mm 厚的细砂层对粉土变形影响不明显。全层粉土和夹砂 2 mm 厚的层状粉土的应力-

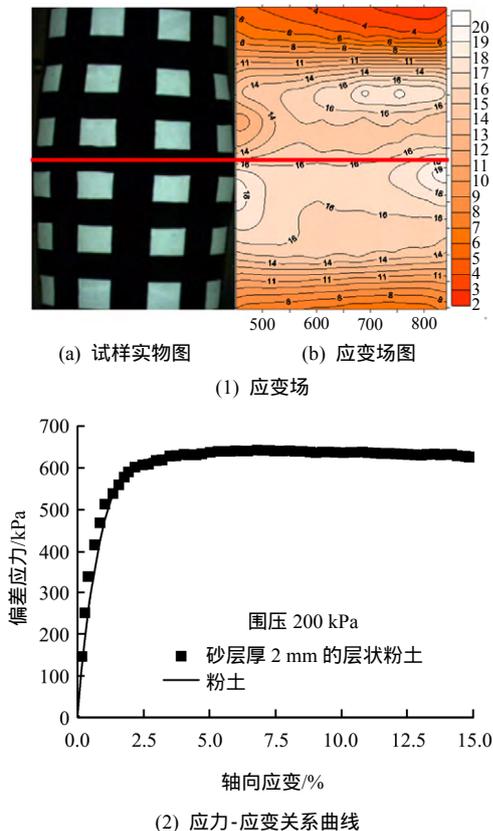


图 19 砂层厚 2 mm 的层状粉土
Fig.19 Layered silty soil including 2 mm thickness sand

应变曲线，见图 19(b)，200 kPa 围压下两者应力-应变曲线几乎重合。不论是从轴向应变场或是应力-应变曲线图上，可以看出两者局部应变特性或是整体应力特性都一样。细砂因为在粉土中厚度极薄，没有起到提高粉土强度作用，对变形影响也很微弱，其表征的特性仍是粉土的特性。

观察图 20(a)砂层厚 10 mm 的层状粉土发现，在上、下端部，细砂层和上端部中间区域及下端部中间区域会发生横向的局部大应变区。在这种分层情况下，会有两个局部大应变区产生。如果把上下层分开来看，上下层的粉土受到上下端部约束，中间轴向应变最大，这时厚度 10 mm 的细砂层作用相当于透水石，对粉土有一定的“隔断”作用。图 20(b)绘制了砂层厚 10 mm 层状粉土和全粉土应力-应变曲线，由图可见，夹砂粉土的峰值强度和粉土相差不多，但是粉土一般在相对较小的轴向应变情况下达到峰值，而夹砂粉土则在较大轴向应变情况下，表现出一定的细砂特性。细砂对于粉土应力特性影响不大，对于变形影响较大。

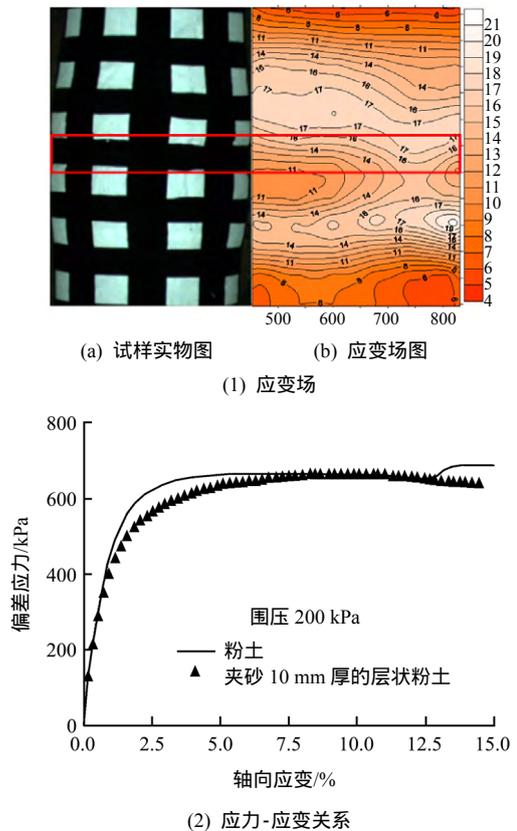


图 20 砂层厚 10mm 的层状粉土
Fig.20 Layered silty soil including 10mm thickness sand

观察图 21(a)砂层厚 20 mm 的层状粉土轴向应变场，砂层影响很大，明显可见中间砂层应变最小，除去砂层的上下层粉土应变都较大。因为对于粉土

而言,砂土变形模量较大,在加载过程中砂土变形小,致使砂层“隔断”的上下层粉土应变不断发展,整个试样变形可以看作一个“8”字型。图21(b)为夹砂层厚20mm的层状粉土和全粉土的应力应变曲线,夹砂粉土曲线与粉土完全不一样,呈细砂变形特性,其峰值强度也明显大于粉土强度。说明厚20mm细砂层不仅对变形有影响,而且能提高粉土的强度。

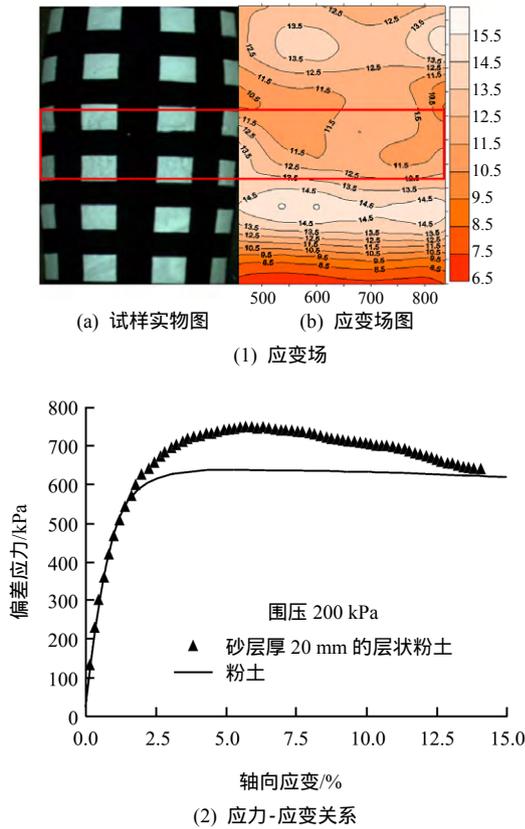


图 21 砂层厚 20 mm 的层状粉土

Fig.21 Layered silty soil including 20 mm thickness sand

4.2.2 表面变形场测量剪切带的发生发展

人们普遍认为剪切带是局部应变的发展和分叉。分析各角点轴向应变随时间变化趋势,某些角点在某时刻轴向应变率会突然增大,这些轴向应变率突然增大的时刻可以认为是剪切带形成时刻,而这些角点所构成的区域则是剪切带。

图22为某粉体试样中段同一垂直线上各点的局部轴向应变的演变和发展。从图中可以看出,加载初期,每一行8个点的轴向应变的增长趋势相同,表明试样变形均匀;从1000s左右开始出现分叉,有些点的轴向应变增长速度快,而有些点的轴向应变增长速度慢,表明试样开始出现了不均匀变形,剪切带最先发生在某些点附近,变形继续增加,分叉现象更加明显,说明试样内部不均匀变形加剧;

而在3800s左右起,有些点的曲线开始呈线性增加,而有些点则基本保持为常数,不再增加。这说明剪切带已经完全形成,试样被剪断而分离成了上下两部分,两部分开始发生相对滑动。剪切带形成后,试样变形主要集中在剪切带内,带外的点基本不再发生变形^[20]。

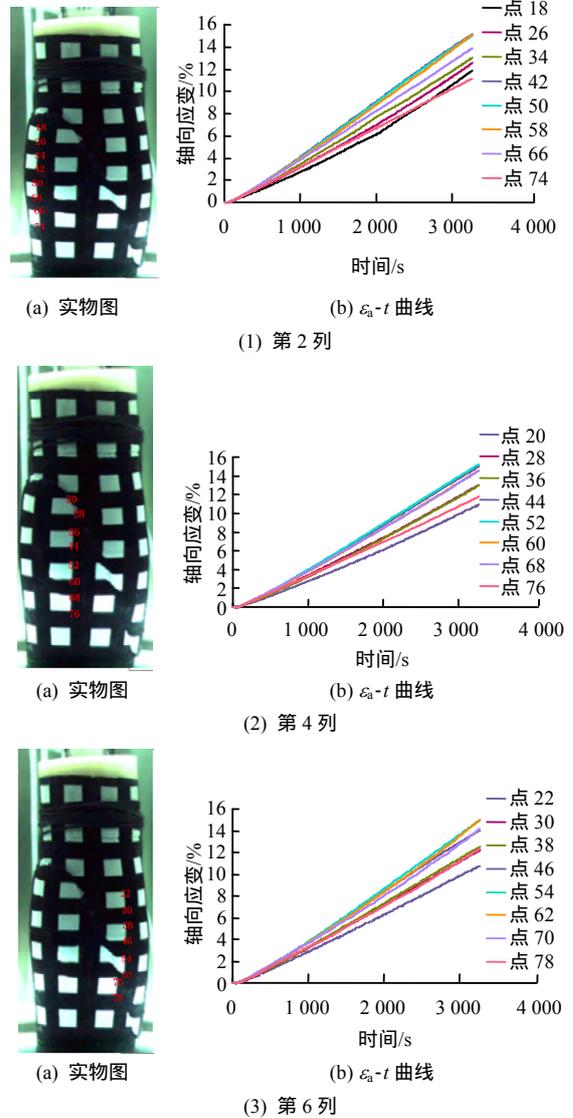


图 22 轴向应变随时间的变化

Fig.22 Axial strain change with time

5 三轴土样全表面变形数字图像测量系统及其应用

5.1 三轴土样全表面变形数字图像测量系统

对于圆柱形试样,一个镜头所能拍到的范围接近试样表面的1/2,3个摄像机就可以实现试样全表面场的数据采集。直观的想法是3个摄像机对称放置,即两两夹角为120°。但这样布置不但会占用大量的空间,影响试验操作,而且,3个摄像机数据的同步采集也是个问题。为解决上述缺陷,在土样

前表面变形测量系统的基础上，笔者提出用一台 CMOS 摄像机，借助放置在压力室中的平面镜，测量整个试样全表面（360°）的变形和应变（场）分布。

5.1.1 系统组成

三轴土样全表面变形数字图像测量系统由改进的压力室和底座、数字图像传感器（CMOS）和镜头、摄像机支架及密封罩、照明装置、测控软件、反光镜等部分组成，见图 23。

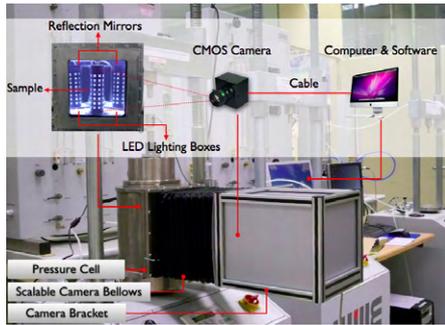


图 23 全表面土样变形数字图像测量系统组成

Fig.23 Whole surface digital image measurement system

在前表面后处理软件的基础上，对全表面数字图像测量系统拍摄的三幅图片进行节点重新编号、垂直轴心位置校核、图像的拼接和旋转，最终完成全表面应变场的计算。

5.1.2 系统的精度分析^[21]

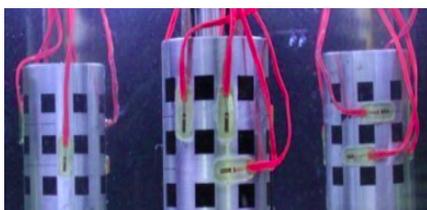
分别采用图像测量与应变片结果比较及图像测量与量水管体变结果比较来分析该系统的精度。

(1) 图像测量与应变片结果比较

采用应变测试仪器来检验系统误差，方法同前表面图像测量系统的精度鉴定，测试系统见图 24，分别进行了单调加载和循环加卸载两种试验。



(a) 应变测试系统实物图

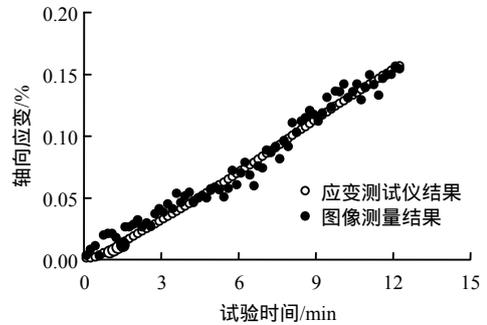


(b) 表面贴有应变片的空心铝棒

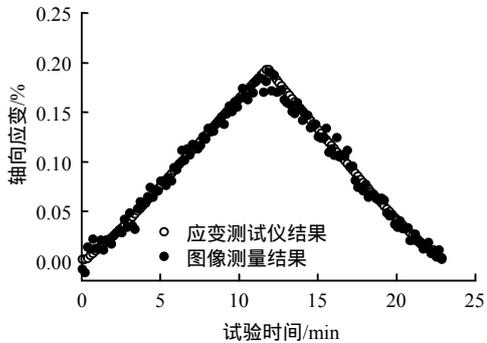
图 24 试验中的空心铝合金棒

Fig.24 Shallow aluminum alloy stick used in the test

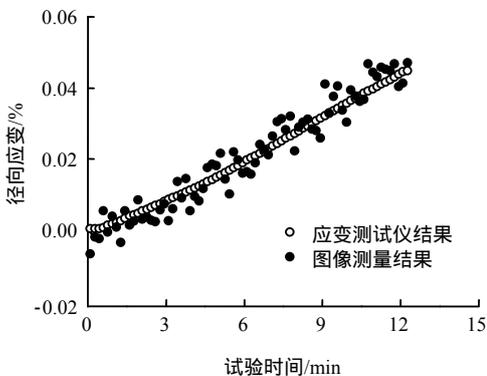
图 25 为一组典型的试样轴向应变和径向应变随试验时间变化曲线，两条曲线分别代表应变仪和图像测量系统所测得的轴向应变值。从图中可以看出，两者吻合得很好，在微小应变时也很灵敏。



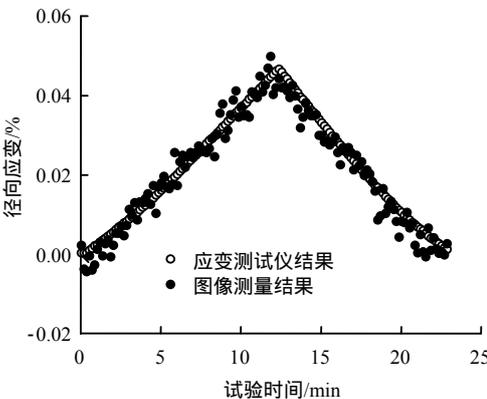
(a) 单调加载轴向应变



(b) 循环加载轴向应变



(c) 单调加载径向应变



(d) 循环加载径向应变

图 25 典型的精度检定试验结果

Fig.25 Typical results of accuracy verifying tests

以应变测试仪测得的应变结果为应变真值，图测结果与应变真值的差值的绝对值为误差，统计出各采样点对应误差的平均值作为该组试验的误差代表值。测量试样轴向应变 154 组，径向应变 135 组；镜像轴向应变 125 组，径向应变 84 组。对每种情况，分别选取具有 95%和 75%保证率的误差值作为该种情况的误差代表值结果，各结果见表 5。

表 5 误差代表值汇总

Table 5 Results of representative error values

保证率 /%	本体误差/%		镜像误差/%	
	轴向	径向	轴向	径向
95	0.002 6	0.001 3	0.003 9	0.003 0
75	0.001 6	0.000 8	0.002 5	0.001 9

由表 5 可见，径向应变误差都要小于对应的轴向应变误差，这是因为图像测量系统所选用的 CMOS 摄像机分辨率为 1 280×1 024（像素），横向分辨率更高，故横向误差较小。最终选取镜像数据具有 95%保证率的误差值作为图像测量系统的系统误差代表值，则该图像测量系统在径向和轴向两个方向上的系统误差分别为 0.003 9%和 0.003 0%，即可以说本图像测量系统精度可到 10×10^{-4} 量级。

(2) 图像测量与量水管体变结果比较

以 2 组具有代表性的饱和砂土三轴排水剪切试验为例，分别采用图像测量系统和体变传感器（差压传感器）测量剪切过程中试样的体变。2 组试验所施加围压分别为 100 kPa 和 200 kPa。

对于图像测量系统所测得的体变数据，采用的是每个投影面经均化处理后的全表面整体体变值。图 26 是两组试验破坏时的试样形态和体变结果曲线，由于施加的围压不同，试样分别发生了鼓胀破坏和剪切破坏形式。由图 26(a)和图 26(b)可见，无论对于变形比较均匀对称的鼓胀破坏还是对于变形不对称的剪切破坏形式，图像测量得到的体变数据与体变传感器均表现出了很好的吻合性。这从另一个侧面验证了该套图像测量系统的精度。

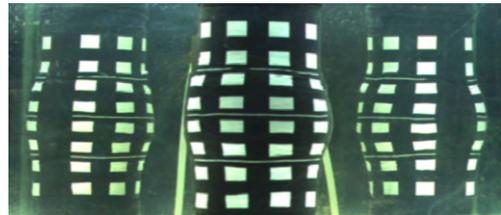
5.2 三轴土样全表面变形数字图像测量系统应用

5.2.1 端部约束问题研究

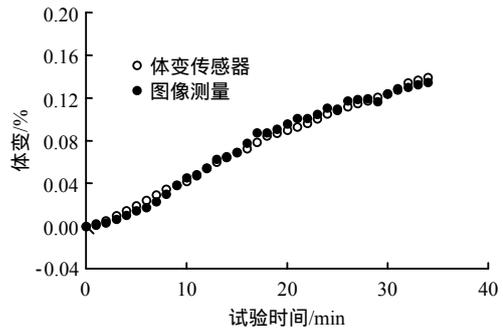
本文中端部润滑试验采用的润滑方式与 Rowe^[21]所采用的方法相同，即在试样上、下端部与试样帽及压力室底座接触处增加夹硅脂的乳胶膜润滑夹层。图 27 为端部润滑试验的压力室底座、试样帽及成样器。

试验所用材料为某铁矿筑坝尾矿料，设计了考虑采用 3 种：1.00、1.65、2.00 高径比进行试验。从试验结束的图片（见图 28）来看，端部润滑的试样

整体变形均匀，说明本文所采取的润滑措施是有效的。

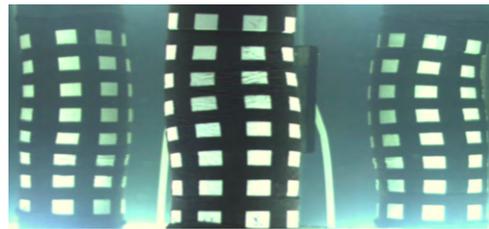


(a) 胀胀破坏试样实物图

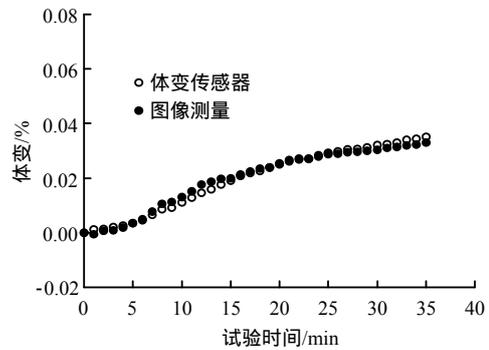


(b) 体变随时间变化曲线

(1) 鼓胀破坏体变结果及破坏时刻对应的试样图片



(a) 剪切破坏试样实物图



(b) 体变随时间变化曲线

(2) 剪切破坏体变结果及破坏时刻对应的试样图片

图 26 饱和砂土三轴排水剪切试验结果

Fig.26 CD test results for saturated soil



(a) 压力室底座 (b) 成膜筒

图 27 端部润滑三轴试验辅助硬件

Fig.27 Supporting hardware for end-lubricated triaxial tests



图 28 端部润滑三轴试验结束后试样变形图片
Fig.28 Sample images after end-lubricated triaxial tests

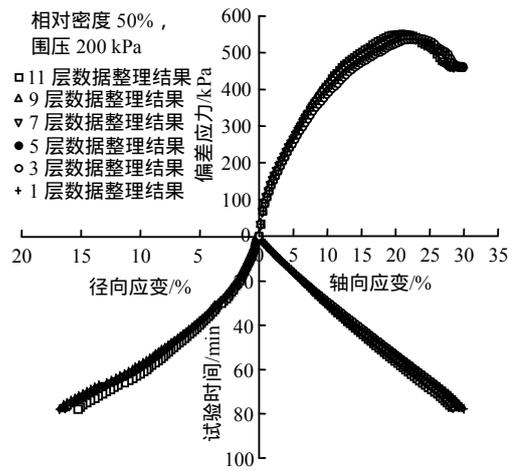
为了定量描述变形的不均匀性，定义了应变不均匀系数，用以表征当前时刻所研究区域土体的变形不均匀程度，其值越小说明考察区域试样整体变形越均匀；反之，其值越大意味着该区域试样变形越不均匀^[22]。

图 29 为高径比为 2.00 的一组土料在围压 200 kPa 的试验结果。不同局部数据整理的偏差应力-轴向应力及轴向应变-时间、径向应变-时间的关系曲线，并绘制轴向与径向应变不均匀系数与时间变化曲线。从图中可以看出，由不同区域数据整理所得的峰值强度相差均很小。达到峰值强度时，越靠近试样中部，应变水平越高。由轴向及径向应变随时间关系曲线也可看到，越靠近中部试样的变形越大，即试样各部分变形不均匀；在试验初始阶段，由于应变数值很小，不均匀系数的“灵敏度”较高，即很微小的应变差异亦会反应成较大的不均匀系数，因此初始阶段的应变不均匀系数带有一定的“失真性”；在试验的中后期，相较于径向应变不均匀系数，轴向应变不均匀系数的变化更小，曲线更趋于平稳，这说明在试验的中后期，轴向应变的不均匀程度较稳定，也就是说试样轴向变形的不均匀形态在试验中后期基本保持不变；而径向应变不均匀性的变化程度相对要大一些；应变不均匀系数随选取区域的减小而减小，越靠近试样中心，变形相对越均匀。

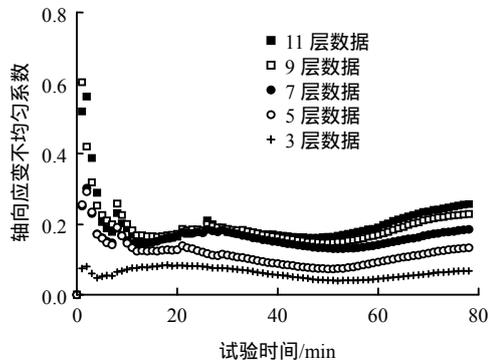
表 6 统计了各不同试验条件下各不同区域局部数据的平均应变不均匀系数代表值。由表可见，对于高度为 80 mm 的常规三轴试样，中间 5 层（每层为 7 mm 的圆柱试样）土体的平均应变不均匀系数代表值已小于端部润滑试样对应的 5 层平均应变不均匀系数代表值，也就是说，常规试样中部 5 层这一区域的变形均匀性要好于端部润滑试样，即可认为中部数据的选取可消除端部约束对试样变形的影响。分别对常规三轴试验整体和局部数据以及端部润滑三轴试验数据进行邓肯-张模型参数整理，结果见表 7。

由常规三轴试验局部变形数据整理所得参数与端部润滑三轴试验数据整理所得参数有较好的一致性，进一步地验证了常规三轴试样局部数据的采用

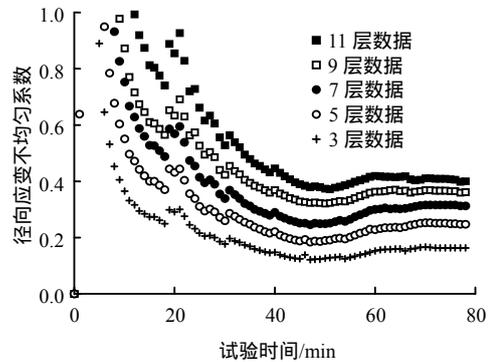
对消除端部约束影响的有效性。



(a) 由不同部位数据整理所得试验结果



(b) 轴向应变不均匀系数



(c) 径向应变不均匀系数

图 29 应变不均匀系数随时间变化曲线

Fig.29 Nonuniformity coefficient vs. testing time curves

表 6 应变不均匀系数代表值汇总
Table 6 Summary of strain nonuniformity coefficients

数据类别	平均轴向应变不均匀系数代表值	平均径向应变不均匀系数代表值
常规 80 mm，试样 11 层	0.29	0.31
常规 80 mm，试样 9 层	0.21	0.28
常规 80 mm，试样 7 层	0.19	0.22
常规 80 mm，试样 5 层	0.13	0.15
常规 80 mm，试样 3 层	0.08	0.11
常规 40 mm，试样 5 层	0.30	0.17
常规 66 mm，试样 5 层	0.19	0.24

表7 邓肯-张模型参数汇总
Table 7 Summary of soil parameters for Duncan-Chang's model

D_r	c /kPa	φ /(°)	R_f	D	K	N	K_b	m	G	F
整体	0	35.0	0.447	3.49	45.88	0.98	19.42	0.87	0.213	0.087
50 局部	0	34.7	0.426	3.04	42.37	1.21	16.58	1.03	0.185	0.068
润滑	0	34.5	0.417	3.17	40.82	1.15	16.31	0.94	0.194	0.059
整体	0	36.6	0.455	3.88	47.53	0.95	18.17	0.97	0.237	0.094
85 局部	0	36.9	0.403	3.43	41.68	1.21	14.85	1.15	0.183	0.063
润滑	0	37.3	0.424	3.35	43.05	1.33	13.88	1.27	0.177	0.077

5.2.2 剪切带问题研究

以硅微粉试样三轴试验结果为例,分析试样剪切带的形成和发展。定义应力水平 $S = q/q_f$, 即一点在某一时刻的剪应力与其破坏时剪应力的比值^[23]。 $S = 1$ 表明试样该处出现剪切破坏。由此,通过观察 $S = 1$ 曲线的变化情况,可以确定剪切带的发生、发展以及带宽和带长的变化。图 30 为试验 46.2 min 时刻(平均轴向应变为 11.8%)的应力水平场图及对应的试样实物拍摄图。

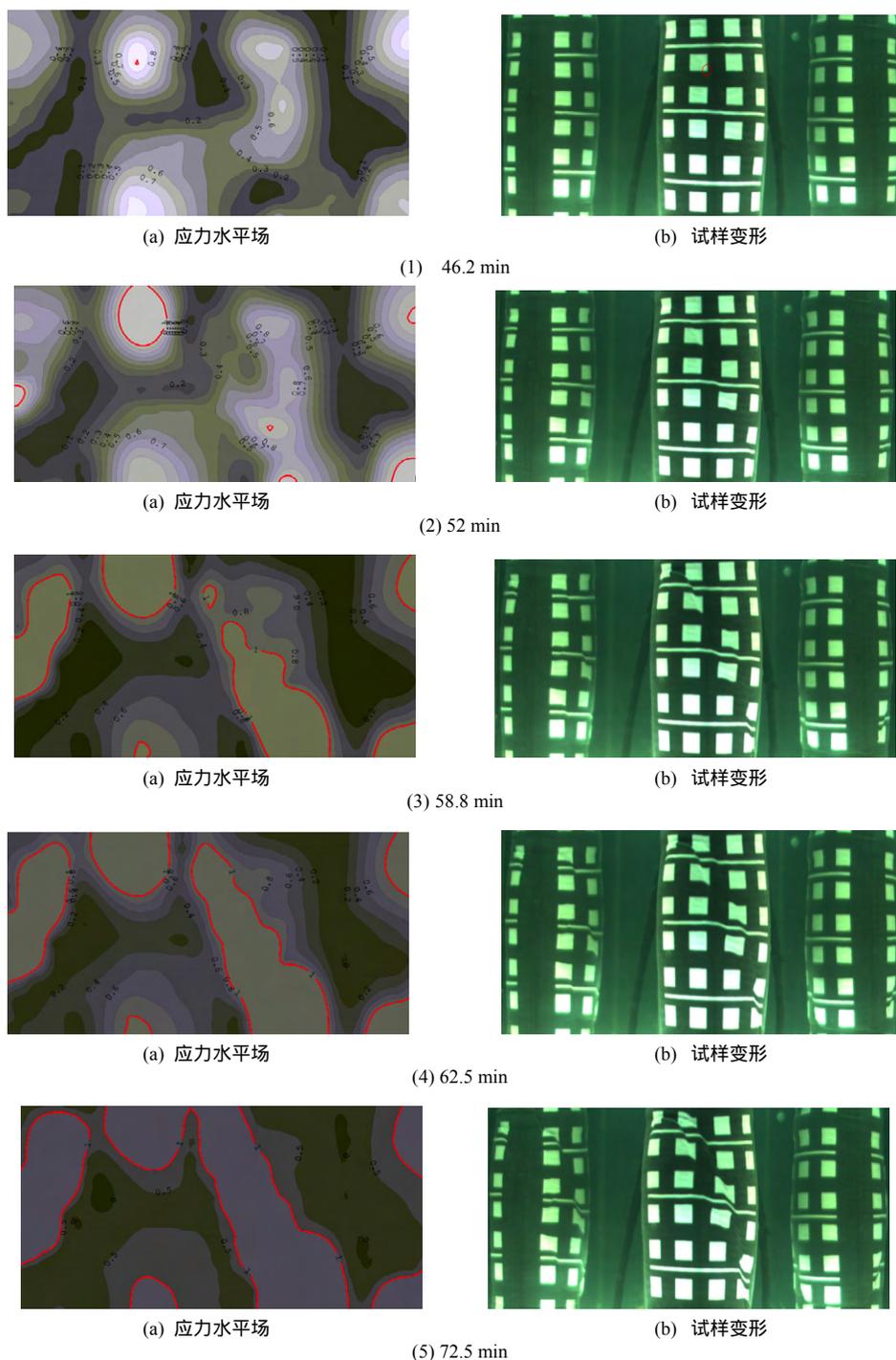


图 30 不同时间应力水平场图和试样变形

Fig.30 Stress level contour and specimen deformation figure at different time

将 $S=1$ 的区域用红色线描出。从图 30 中可以看出, 在左上部分的一点首先破坏(变形图上的红圈标志角点)。说明剪切带的形成是从一点开始, 随着不同点依次剪切破坏, 最后逐渐连成一条带状区域。52 min(平均轴向应变为 13.4%)、58.8 min(平均轴向应变为 14.6%)、62.5 min(平均轴向应变为 15.2%)、72.5 min 应力水平场图和试样变形图(平均轴向应变为 16.6%)时刻的应力水平场图和试样变形图为剪切带的发展过程。图 30(1)中试样内部一点首先失稳破坏, 随后如图 30(2)中多个点失稳破坏, 最后如图 30(3)~30(4)所示连成一个区域。剪切带完全形成时刻见图 30(5), 图中红色线连成的区域即为剪切带。从图中可以看出, 剪切带呈倒“V”状, 与试样变形图恰好吻合。

6 结 论

自主研发的三轴图像测量系统的发展历程可概括为 3 个阶段: (1) 基于边缘识别的三轴试样变形图像测量, 通过跟踪边缘位置的变化确定土样的径向变形, 识别橡皮膜上的白色标志线确定土样的轴向变形。(2) 基于角点识别的三轴试样变形图像测量, 用方形标志块将橡皮膜表面离散成若干单元, 测量跟踪单元每一角点(节点)的位置, 可以得到任意时刻的土样表面节点的位移, 应用有限元技术, 可以得到土样表面的位移(变形)场和应变场。(3) 三轴土样变形全表面数字图像测量, 以基于角点识别的前表面三轴试样变形测量为基础, 增设一组平面镜, 用一台摄像机实现了圆柱体土样 360°全表面的变形测量, 得到每一时刻的表面变形场和应变场。

三轴土样变形数字图像测量系统属于国内首创, 具有传统测量方法无可比拟的优点, 对于推动土力学, 特别是土的本构关系研究具有重要价值。更加准确地测量土的力学特性, 特别是强度和本构模型参数, 对于岩土工程也有实际意义。随着图像分析和处理技术的进一步发展以及数字图像采集设备的日益完善, 数字图像测量技术在土工试验中将具有更广阔的应用前景。

参 考 文 献

[1] DESRUES J, CHAMBON R, MOKNI M, et al. Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand

specimens studied by computed tomography[J]. *Geotechnique*, 1996, 32(3): 529 - 546

- [2] ODA M, TAKEMURA T, TAKAHASHI M. Microstructure in shear band observed by microfocus X-ray computed tomography[J]. *Geotechnique*, 2004, 54(8): 539 - 542.
- [3] DESRUES J. Strain localization in granular materials[M]. Grenoble: USMG-INPG, 1984.
- [4] DESRUES J, CHAMBON R. Shear band analysis and shear moduli calibration International[J]. *Journal of Solids and Structures*, 2002, 39: 3757 - 3776.
- [5] DESRUES J, BESUELLE P, LEWIS H. Strain localization in geomaterials[C]//Geological Society. London: Special Publications, 2007, 289: 47 - 73.
- [6] HARRIS W W, VIGGIANI G, MOONEY M A, et al. Use of stereophotogrammetric to analyze the development of shear bands in sand[J]. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, 1995, 18 (4): 405 - 420.
- [7] FINNO R J, HARRIS W W, MOONEY M A, et al. Shear bands in plane strain compression of loose sand[J]. *Geotechnique*, 1996, 47(1): 149 - 165.
- [8] MOONEY M A, VIGGIANI G and FINNO R J. Undrained shear band deformation in granular materials[J]. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1997, 123(6): 577 - 585.
- [9] ALSHIBLI K A, STURE S. Shear band formation in plane strain experiments of sand[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 2000, 126(6): 495 - 503.
- [10] ALSHIBLI K A, STURE S. Sand shear band thickness measurements by digital imaging techniques[J]. *Journal of Computing in Civil Engineering*. 1999, 13(2): 103 - 109.
- [11] PHILIPPE J, FRANCOISE G, LYESSE L, et al. Automated digital image processing for volume change measurement in triaxial cells[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 2006, 30(2): 98 - 103.
- [12] 孙益振. 基于三轴试样局部变形测量的土体应力应变特性研究[博士学位论文 D]. 大连: 大连理工大学, 2005.
- [13] 王助贫. 三轴试验土样变形的数字图像测量方法及其应用[博士学位论文 D]. 大连: 大连理工大学, 2001.
- [14] 刘永禄. 数字图像测量技术在岩土工程试验中的应用

- 研究[博士学位论文 D]. 大连:大连理工大学, 2008.
- [15] 鞠鹏. 三轴土样变形数字图像测量误差修正和数据处理[硕士学位论文 D]. 大连:大连理工大学, 2010.
- [16] 杨必武, 郭晓松. 摄像机镜头非线性畸变校正方法综述[J]. 中国图像图形学报, 2005,10(3): 269 - 274.
YANG Bi-wu, GUO Xiao-song. Overview of nonlinear distortion correction of camera lens[J]. **Journal of Image and Graphics**, 2005, 10(3): 269 - 274.
- [17] 李伟, 吕晓旭, 钱晓凡, 钟丽云. 基于平面模板的摄像机标定方法比较[J]. 激光杂志, 2006, 27(2): 54 - 55.
LI Wei, LU Xiao-xu, QIAN Xiao-fan, ZHONG Li-yun. Comparison of planar-pattern-based camera calibration techniques[J]. **Laser Journal**, 2006, 27(2): 54 - 55.
- [18] 邵龙潭. 土力学研究与探索[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [19] 程丽. 三轴试样表面应变场测量的应用研究初步[硕士学位论文 D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
- [20] 刘港. 硅微粉力学性质的三轴剪切试验研究[毕业设计论文 D]. 大连:大连理工大学, 2010.
- [21] RECHENMACHER A L, FINNO R J. Digital image correlation to evaluate shear banding in dilative sands[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 2004, 27(1): 13 - 22.
- [22] 刘潇. 三轴试验土样全表面变形测量方法及其应用[博士学位论文 D]. 大连:大连理工大学, 2012.
- [23] 邵龙潭, 刘港, 薛杰, 等. 基于三轴试验全表面数字图像测量技术的硅微粉剪切带研究[C]//第八届全国青年岩土力学与工程会议暨青年华人岩土工程论坛. 南昌: 南昌航空大学出版社, 2013: 129 - 135.